

# DISTRIBUIÇÕES DE EXTREMOS DE TEMPERATURA MÍNIMA NO PARANÁ

Clóvis Angeli SANSIGOLO<sup>1</sup>, Jonas Teixeira NERY<sup>2</sup>

## RESUMO

Distribuições de Gumbel foram ajustadas às temperaturas mínimas de 27 localidades bem distribuídas pelo Estado do Paraná. A análise espacial foi feita usando kriging. São apresentados resultados sobre a variabilidade espacial do risco de ocorrência de temperaturas mínimas esperadas entre 2 e 50 anos de tempo de retorno. Dois grupos homogêneos em relação à ocorrência de extremos foram identificados e estão associados à latitude e altitude. A probabilidade anual de ocorrência de temperaturas inferiores a 3<sup>o</sup>C, abaixo da qual pode-se esperar geadas, é em média 96% para as estações do grupo 1 e 67% para as o 2.

**Palavras-Chave** - Distribuições de Extremos, Temperaturas Mínimas, Paraná

## INTRODUÇÃO

Geadas são fenômenos meteorológicos frequentes na região Sul do Brasil e que causam prejuízos significativos na produção e comercialização de produtos agrícolas, na pecuária e na economia dos Estados. O conhecimento das distribuições de probabilidade das temperaturas mínimas do ar, que podem ser associadas à ocorrência de geadas, é de grande interesse prático, como subsídio à tomada de decisão e planejamento das atividades agropecuárias.

Estudos relacionando as temperaturas mínimas do ar, medida a 1,5m de altura, com as da relva, a 0,05m, nos Estados do Paraná (Grodski et alii, 1996) e do Rio Grande do Sul (Oliveira et alii, 1997) mostram que valores abaixo de 3<sup>o</sup>C no abrigo, já podem levar à ocorrência de geadas.

Distribuições de extremos do tipo I, ou de Gumbel tem sido ajustadas às temperaturas mínimas absolutas decendiais, mensais e anuais, de diversas localidades nos Estados do Rio Grande do Sul (Estefanel et alii, 1978 ; Oliveira et alii, 1997) e São Paulo (Camargo et alii, 1993).

O objetivo deste trabalho é o ajuste e verificação de distribuições de Gumbel às temperaturas mínimas absolutas de inverno no Paraná, regionalização em função do risco de ocorrência de extremos e agrupamento das estações.

---

<sup>1</sup> Pesquisador Titular, Divisão de Ciências Meteorológicas, INPE, S.J. Campos, SP. e-mail [sansigol@met.inpe.br](mailto:sansigol@met.inpe.br)

<sup>2</sup> Professor Associado, Departamento de Física, UEM, Maringá, PR.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados foram as observações diárias de temperatura mínima em 27 estações meteorológicas bem distribuídas pelo Estado do Paraná (Tabela 1 e Figura 1). Para cada uma das estações, com 20-25 anos de registros, foram construídas séries de mínimos anuais, selecionando-se a menor temperatura mínima diária de cada ano, que normalmente ocorre nos meses de junho, julho ou agosto.

A distribuição de extremos escolhida foi a do Tipo I, ou de Gumbel. Nesta distribuição, as probabilidades são transformadas numa escala duplo-logarítmica ( $u = -\ln(-\ln(P(x)))$ ), que é conveniente pois enquanto  $u$  cresce de forma monotônica e crescente de  $-\infty$  a  $+\infty$ ,  $P(x)$  cresce de 0 a 1, e além disso, ela dilata a escala de probabilidades quando  $P(x)$  se aproxima de 1 (Gumbel, 1958).

A distribuição de valores extremos do tipo I tem com função de densidade de probabilidade  $p(x) = \alpha \exp[-\alpha(x-\beta) - \exp-\alpha(x-\beta)]$  e de densidade de probabilidade acumulada  $P(x) = \exp[-\exp(-\alpha(x-\beta))]$ , onde  $\alpha$  é um parâmetro de concentração (escala) e  $\beta$  uma medida de tendência central (parâmetro de posição). Pelo método dos momentos, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são dados por  $\alpha = 1,2825 / \sigma$  e  $\beta = \mu - 0,45 \sigma$ . O coeficiente de assimetria (parâmetro de forma) desta distribuição é constante e igual a 1,14. Pelo método da máxima verossimilhança da amostra (L), os parâmetros  $\alpha$  ( $F(\alpha) = \delta \ln L / \delta \alpha = 0$ ) e  $\beta$  ( $F(\beta) = \delta \ln L / \delta \beta = 0$ ) são dados por (Kite, 1977):

$$F(\alpha) = \sum_{i=1}^n x_i \exp(-\alpha x_i) - (\mu - 1/\alpha) \sum_{i=1}^n \exp(-\alpha x_i) = 0$$

que não tem solução analítica e pode ser resolvida numericamente por expansão em série de Taylor:

$$F(\alpha_{j+1}) = F(\alpha_j + h_j) \text{ ou } F(\alpha_{j+1}) = F(\alpha_j) + h_j F'(\alpha_j)$$

onde  $F'(\alpha_j)$  é a derivada de primeira ordem de  $F(\alpha)$  em relação à  $\alpha$ .

$$F'(\alpha) = - \sum_{i=1}^n x_i^2 \exp(-\alpha x_i) + (\mu - 1/\alpha) \sum_{i=1}^n x_i \exp(-\alpha x_i) - 1/\alpha^2 \sum_{i=1}^n \exp(-\alpha x_i)$$

onde  $\alpha_j$  e  $\alpha_{j+1}$  são aproximações sucessivas de  $\alpha$ . Estima-se  $\alpha_1$  pelo método dos momentos e após  $F(\alpha_1)$  e  $F'(\alpha_1)$ , então  $h_1 = -F(\alpha_1) / F'(\alpha_1)$  e  $\alpha_2 = \alpha_1 + h_1$ . Este procedimento é repetido até que um valor suficientemente pequeno de  $F(\alpha_j)$  seja obtido. Na maioria dos casos 3 a 4 passos são suficientes.

$$\beta = 1/\alpha \ln \left[ n \sum_{i=1}^n \exp(-\alpha x_i) \right]$$

Estimados os parâmetros, os valores esperados para os diferentes tempos de retorno ( $X_T$ ), ou nos diferentes níveis de probabilidade equivalentes, são dados por:

$$X_T = \beta - 1/\alpha \ln (-\ln (1/T)), \text{ onde } T = 1 / (1 - P(x))$$

A análise espacial do risco de ocorrência de extremos foi feita interpolando-se os dois parâmetros da distribuição de Gumbel por Kriging, com variograma linear isotrópico. As estações também foram agrupadas em função dos parâmetros da distribuição de Gumbel, usando o método hierárquico aglomerativo de Ward, tendo como medida de similaridade a distância Euclidiana quadrática.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  da distribuição de Gumbel, estimados pelo método da máxima verossimilhança das amostras, encontram-se na Tabela 1. O ajuste da distribuição à extremos de temperatura mínima foi verificado nas séries de Ponta Grossa e Apucarana, as mais longas, com 42 e 31 anos de registros respectivamente, e é mostrado na Figura 2. O bom ajuste desta distribuição nestes dois casos ( $r^2 = 0,98$  e  $0,96$ ) indica a possibilidade de extrapolações nos outros casos, onde se dispõem de séries mais curtas (20-25 anos), mas suficientes para estimar seus parâmetros.

A distribuição espacial de  $\alpha$  e  $\beta$  é mostrada nas figuras 3 e 4. Definem-se pelo dendrograma de agrupamento das estações, mostrado na Figura 5, duas regiões homogêneas em relação à ocorrência de extremos de temperatura mínima, uma ao Norte de  $24^{\circ}$  de latitude ( grupo 2, com  $\bar{\alpha} = 0,509$  e  $\bar{\beta} = 0,959$  ), com maiores valores esperados e outra ao Sul (grupo 1, com  $\bar{\alpha} = 0,665$  e  $\bar{\beta} = -2,616$  ), com menores, devido à elevada topografia. Nesta solução de 2 grupos, existem 6 estações do grupo 2 misturadas às grupo 1, provavelmente devido à menor altitude relativa ( 4 no Sudoeste do Estado e 2 no Sudeste, próximo ao Litoral). As funções de densidades de probabilidade da distribuição de Gumbel com os parâmetros médios dos grupos  $p(x; \bar{\alpha}, \bar{\beta})$  são mostradas na Figura 6.

As probabilidades de ocorrência de temperaturas mínimas anuais menores ou iguais a  $3^{\circ}\text{C}$ , limite abaixo do qual pode-se esperar geadas, é em média 96% para as estações do grupo 1 e 67% para as do grupo 2. Se os eventos forem considerados independentes, a probabilidade de ocorrência de  $n$  geadas no ano é  $P(x)^n$ .

Nas Figuras 7, 8 e 9 encontram-se as isolinhas de temperaturas mínimas esperadas com 5, 10 e 50 anos de tempo de retorno, ou aos níveis de 80, 90 e 98% de probabilidade. Deve-se ressaltar que as isolinhas de temperatura não implicam na ocorrência simultânea das mesmas, pois a análise foi temporalmente independente para cada estação.

O uso de distribuições teóricas é inquestionável quando se dispõem de séries curtas mas é vantajoso mesmo no caso de séries longas, pela síntese e suavização que proporciona, que facilitam a interpretação dos resultados e interpolações visando análise espacial.

Para uma melhor definição temporal, distribuições de Gumbel podem ser ajustadas à extremos mensais e mesmo decendiais. Além disso, as interpolações espaciais podem ser melhoradas usando co-kriging (correlação cruzada com a altitude) anisotrópico (variabilidade meridional é muito maior que a zonal

## CONCLUSÕES

As distribuições de Gumbel se ajustaram bem aos extremos de temperatura mínima anual (inverno) no Paraná e levam à extrapolações confiáveis no caso de séries curtas. Dois grupos homogêneos em relação aos dois parâmetros da distribuição foram definidos, e estão relacionados à latitude e altitude das estações. Altas probabilidades de ocorrência de geadas foram obtidas, em média 96% para as estações do grupo 1 e 67% para as do grupo 2.

## BIBLIOGRAFIA

- CAMARGO, M. B. P. ; PEDRO JR, M. J. ; ALFONSI, R. R. ; ORTOLANI, A. A. ; BRUNINI, O. Probabilidades de ocorrência de temperaturas mínimas absolutas mensais e anuais no Estado de São Paulo. *Bragantia*, Campinas, v.52, n.2, 1993. p. 161-168.
- ESTEFANEL, V. ; BURIOL, G. A. ; SACCOL, A.V. Variabilidade e probabilidade de temperaturas mínimas absolutas do ar no Rio Grande do Sul. *Revista do Centro de Ciências Rurais*, Santa Maria, v.8, n.4, 1978. p. 363-384.
- GRODSKI, L. ; CARAMORI, P. H. ; BOOTSMA, A. ; OLIVEIRA, D. ; GOMES, J. Riscos de ocorrência de geada no Estado do Paraná. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, Santa Maria, v.4, n.1, 1996. p. 93-99.
- GUMBEL, E. J. *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New York, NY. 375p., 1958.
- KITE, G. W. *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Water Resouces Publications, Fort Collins, CO. 224 p., 1977.
- OLIVEIRA, H.T. ; BERLAT, M.A.; FONTANA, D.C. Probabilidade de ocorrência de geada no Estado do Rio Grande do Sul. In : X Congresso Brasileiro de Agrometeorologia, Piracicaba. Anais ... Sociedade Brasileira de Agrometeorologia, p. 77-79. 1997.
- OLIVEIRA, J. T. Extreme Values and Meteorology. *Theor. Appl. Climatol.* Springer, Viena, v.37, p. 184-193, 1986.

Tabela 1. Localização das estações meteorológicas, parâmetros da distribuição de Gumbel ( $\alpha$  e  $\beta$ ) e temperaturas mínimas esperadas nos diferentes períodos de retono ( $T_{mT}$ ).

LOCALIDADE	COD.	LAT.	LON.	ALT.	ALFA	BETA	$T_{m_2}$	$T_{m_5}$	$T_{m_{10}}$	$T_{m_{20}}$	$T_{m_{50}}$
Antonina	ANT	-25:13	-48:48	60	0,669	2,483	3,0	1,8	1,2	0,8	0,4 ± 0,9
Apucarana	APU	-23:30	-51:32	746	0,373	0,995	2,0	-0,3	-1,2	-2,0	-2,7 ± 1,2
Bandeirantes	BAN	-23:06	-50:21	440	0,436	1,545	2,4	0,5	-0,4	-1,0	-1,6 ± 1,3
Bela Vista	BVI	-22:57	-51:12	600	0,431	2,038	2,9	0,9	0,1	-0,5	-1,1 ± 1,2
Cambará	CAM	-23:00	-50:02	450	0,444	0,196	1,0	-0,9	-1,7	-2,3	-2,9 ± 1,1
Cascavel	CAS	-24:56	-53:26	760	0,586	-0,898	-3,0	-1,7	-2,3	-2,8	-3,2 ± 0,9
Cianorte	CIA	-23:40	-52:35	530	0,457	1,629	2,4	0,6	-0,2	-0,8	-1,4 ± 1,1
Clevelândia	CLE	-26:25	-52:21	930	0,689	-0,330	-2,8	-4,0	-4,5	-4,9	-5,3 ± 0,8
Franc. Beltrão	FBE	-26:05	-53:04	650	0,627	-2,340	-1,8	-3,1	-3,7	-4,1	-4,5 ± 0,8
Guarapuava	GPV	-25:21	-51:30	1020	0,569	-3,620	-3,0	-4,5	-5,1	-5,5	-6,0 ± 1,0
Guaraqueçaba	GQA	-25:16	-48:32	40	0,664	1,953	2,5	1,2	0,7	0,3	-0,1 ± 0,9
Ibiporã	IBI	-23:16	-51:01	484	0,397	2,271	3,2	1,1	0,2	-0,5	-1,2 ± 1,3
Joaq. Távora	JTV	-23:30	-49:57	512	0,381	-0,073	0,9	-1,3	-2,3	-3,0	-3,7 ± 1,3
Laranjeiras	LAR	-25:25	-52:25	880	0,784	-1,354	-0,9	-2,0	-2,4	-2,8	-3,1 ± 0,7
Londrina	LON	-23:22	-51:10	585	0,558	1,438	2,1	0,6	-0,1	-0,5	-1,0 ± 1,0
Nova Cantú	NCA	-24:40	-52:34	540	0,767	-0,180	0,3	-0,8	-1,3	-1,6	-2,0 ± 0,7
Palmas	PAS	-26:29	-51:59	1100	0,713	-4,790	-4,3	-5,5	-6,0	-6,3	-6,7 ± 0,8
Palotina	PLO	-24:18	-53:55	310	0,557	-1,963	-1,3	-2,8	-3,5	-3,9	-4,4 ± 0,9
Paranavaí	PAR	-23:05	-52:26	480	0,435	1,289	2,1	0,2	-0,6	-1,2	-1,8 ± 1,2
Pato Branco	PBR	-26:07	-52:41	700	0,846	-1,922	-0,7	-2,4	-2,9	-3,2	-3,5 ± 0,7
Pinhais	PIN	-25:25	-49:08	930	0,575	-2,631	-2,0	-3,5	-4,1	-4,5	-5,0 ± 0,8
Planalto	PLA	-25:42	-53:47	400	0,525	-0,413	0,3	-1,3	-2,0	-2,5	-3,0 ± 1,0
Ponta Grossa	PGR	-25:13	-50:01	880	0,552	-2,820	-2,2	-3,7	-4,3	-4,8	-5,3 ± 0,7
Sete Quedas	QIG	-25:31	-53:01	513	0,410	-0,463	0,4	-1,6	-2,5	-3,1	-3,8 ± 1,2
São Miguel	SMI	-25:26	-50:22	260	1,010	-4,323	1,0	-0,4	-0,8	-1,1	-1,4 ± 0,5
Teix. Soares	TSO	-25:27	-50:35	893	0,621	-2,669	-2,1	-3,4	-4,0	-4,4	-4,9 ± 0,7
Telem. Borba	TEL	-24:20	-50:37	768	0,538	-2,058	-1,4	-2,9	-3,6	-4,1	-4,6 ± 1,0

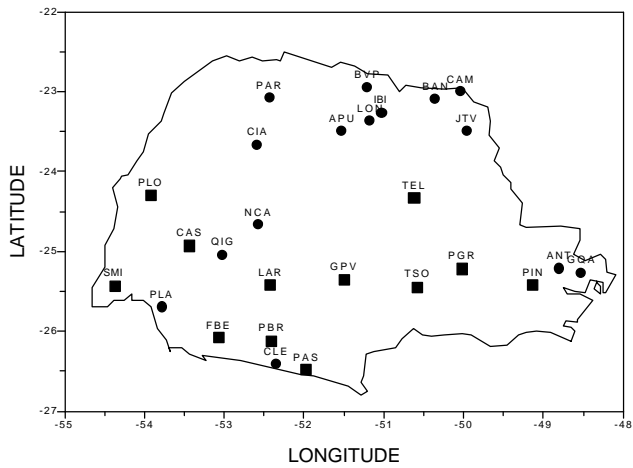


Figura 1. Localização das estações e os 2 grupos homogêneos em relação aos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  da distribuição de Gumbel.

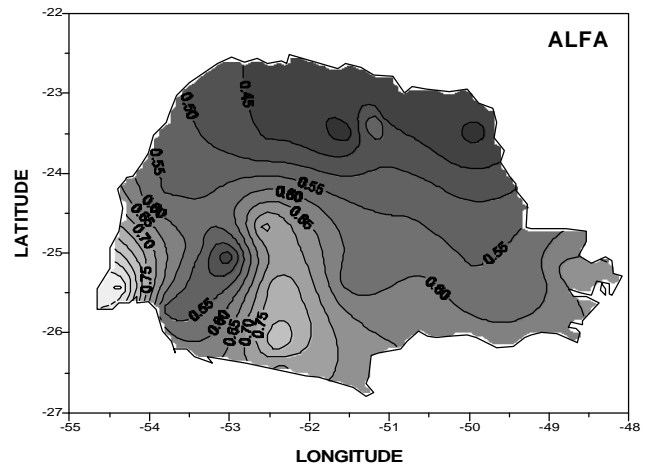


Figura 3. Distribuição espacial do parâmetro de escala  $\alpha$  da distribuição de Gumbel.

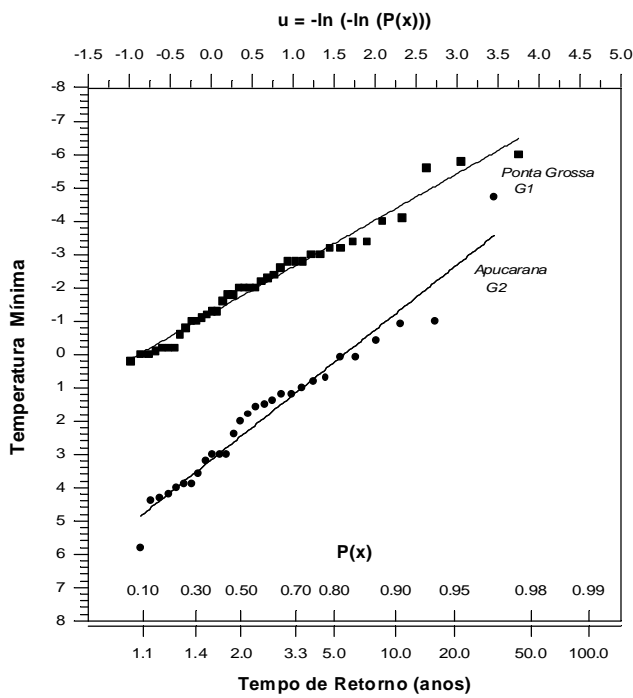


Figura 2. Ajustamento da distribuição de Gumbel às temperaturas mínimas de Ponta Grossa e Apucarana.

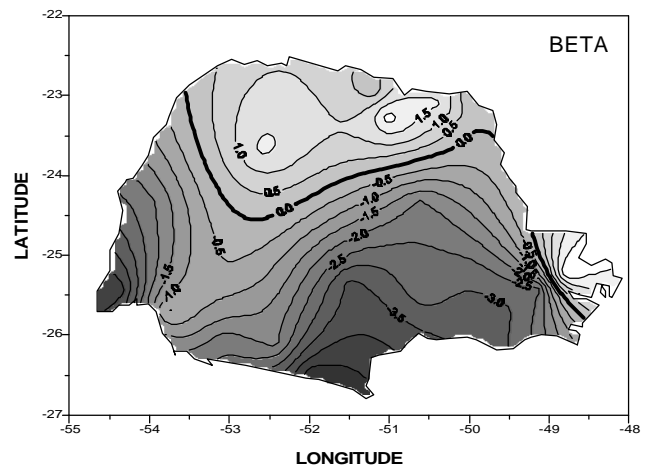


Figura 4. Distribuição espacial do parâmetro de posição  $\beta$  da distribuição de Gumbel.

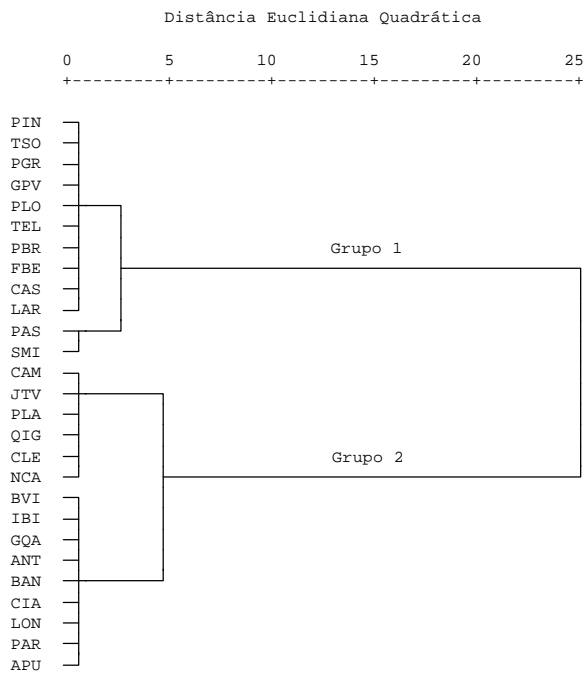


Figura 5. Dendrograma de agrupamento das estações em relação aos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  da distribuição de Gumbel.

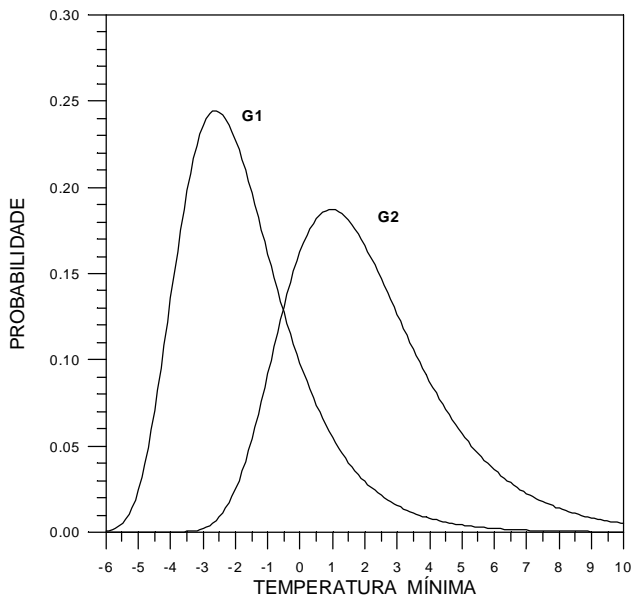


Figura 6. Funções de densidade de probabilidade  $p(x)$  para os grupos 1 ( $\bar{\alpha} = 0,665$  e  $\bar{\beta} = -2,616$ ) e 2 ( $\bar{\alpha} = 0,509$  e  $\bar{\beta} = 0,959$ ).

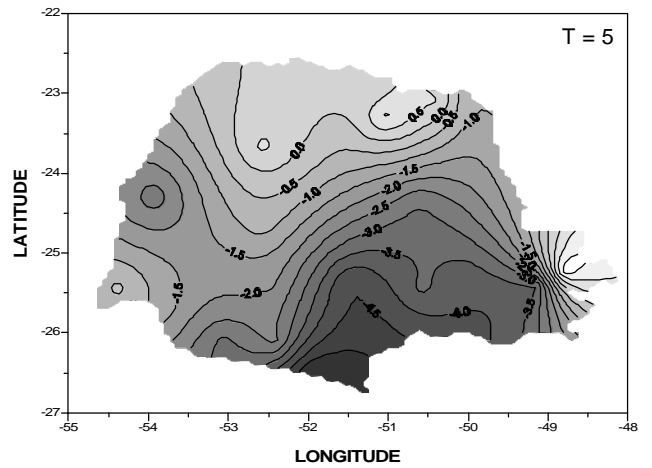


Figura 7. Temperaturas mínimas esperadas com 5 anos de tempo de retorno.

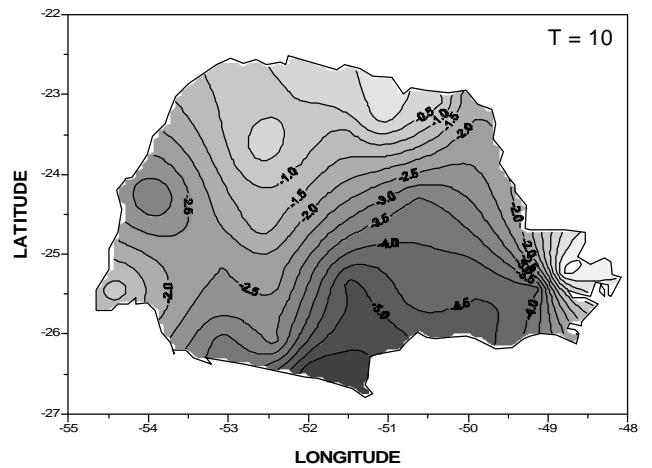


Figura 8. Temperaturas mínimas esperadas com 10 anos de tempo de retorno.

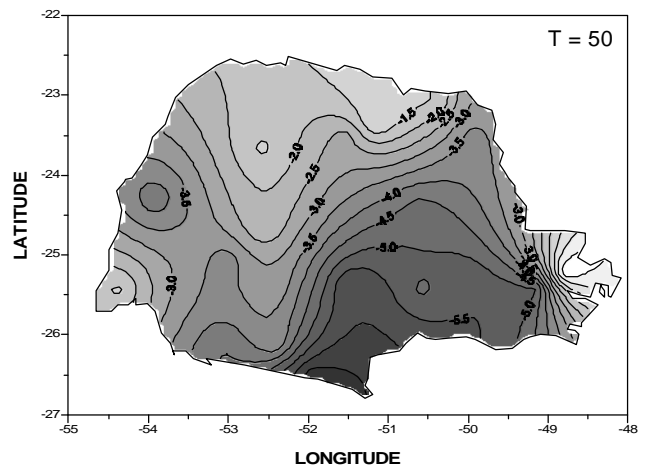


Figura 9. Temperaturas mínimas esperadas com 50 anos de tempo de retorno.