

ISSN 0104-1347

Estudo da precipitação máxima em Jaboticabal (SP) pela distribuição de Gumbel utilizando dois métodos de estimação dos parâmetros

Study of the maximum rainfall using Gumbel distribution in Jaboticabal (SP) using two methods for parameters estimation

Luiz Alberto Beijo¹, Joel Augusto Muniz², Clovis Alberto Volpe³ e Gener Tadeu Pereira⁴

Resumo - Neste trabalho foi estimada a precipitação pluvial diária máxima esperada em diferentes níveis de probabilidade para a região de Jaboticabal (SP). Foi utilizada a distribuição de Gumbel com as estimativas dos parâmetros obtidas pelo método dos momentos e pelo método da máxima verossimilhança. Foram empregados dados de precipitação pluvial diária máxima coletados de jan/1956 a dez/2001 na estação Agrometeorológica do campus da UNESP em Jaboticabal, que foram agrupados em períodos mensal e anual. Os resultados mostraram que houve um bom ajuste da distribuição de Gumbel para os dados, de acordo com os resultados do teste Kolmogorov-Smirnov. Os resultados das estimativas dos parâmetros obtidas pelos dois métodos foram semelhantes, excetuando-se os meses de fevereiro, junho, julho e agosto para os níveis de probabilidade menores que 50%, nos quais as estimativas das precipitações obtidas usando-se o método dos momentos forneceram valores mais elevados do que as obtidas utilizando-se o método da máxima verossimilhança. As estimativas das precipitações diárias máximas esperadas podem ser usadas para auxiliar no planejamento de obras de engenharia hidráulica e agrícola na região de Jaboticabal.

Palavras-chave: método dos momentos, método da máxima verossimilhança, precipitação pluvial máxima esperada, obras de engenharia hidráulica.

Abstract - In this work the expected maximum daily rainfall was estimated for the different levels of probability, in Jaboticabal, São Paulo State, Brazil. The Gumbel distribution was used and the estimates of the parameters were obtained by the moments and by the maximum likelihood methods. The maximum rainfall daily data were collected during the period from 1956 to 2001 at the Meteorological Station of UNESP, Jaboticabal. The results showed a good fit for the Gumbel distribution, in agreement with the results of the Kolmogorov-Smirnov test. The estimates of the parameters obtained by the two methods led to the same results except for the months of February, June, July and August for the levels of probability smaller than 50%, when the rainfall estimates obtained by the moments method were higher than those obtained by the maximum likelihood method. The estimates of the expected maximum daily rainfall can be used to aid in the planning of hydraulics works near Jaboticabal.

Key words: maximum likelihood method, moments method, expected maximum rainfall, hydraulic work.

Introdução

A precipitação na forma de chuva é um dos elementos meteorológicos que mais influencia nas

disponibilidades hídricas. O surgimento de constantes conflitos quanto aos usos da água e as limitações espaço temporal das disponibilidades hídricas levam a uma necessidade de conhecimento das

¹Pós-graduando em Agronomia / Estatística e Experimentação Agropecuária / Departamento de Ciências Exatas da Universidade Federal de Lavras (UFLA), Caixa Postal 37, CEP 37200-000, Lavras, MG, Brasil

²Prof. Dr. do Departamento de Ciências Exatas/ UFLA.

³Prof. Adjunto do Departamento de Ciências Exatas/FCAV / UNESP, Jaboticabal, SP.

⁴Prof. Assistente Doutor do Departamento de Ciências Exatas/FCAV/UNESP, Jaboticabal, SP.

potencialidades das bacias hidrográficas. Recentemente, com a crise energética vivida no Brasil que acabou levando ao racionamento em 2001, ficou evidente a importância de estudos envolvendo precipitações pluviiais, sobretudo para manutenção de reservatórios e lagos, pelas conseqüências na geração de energia elétrica, afetando de forma geral a economia da sociedade. Assim, o estudo da distribuição de dados da precipitação pluvial máxima é de grande importância para elaboração de projetos agrícolas e de engenharia hidráulica, tais como, dimensionamento de canais de irrigação e drenagem, vertedouros de barragens, definição de obras de desvios de cursos d'água, entre outros.

Sendo a ocorrência de precipitação um processo aleatório, que não permite uma previsão determinística com grande antecedência, estudos das características de precipitação como altura, duração, intensidade e frequência são de grande interesse em engenharia por sua freqüente aplicação nos projetos relacionados com recursos hídricos (BACK, 1996). Dentre as características das precipitações as de maior interesse pela relevância no dimensionamento de obras hidráulicas, são a frequência e a altura que correspondem, respectivamente, ao número de ocorrências de uma dada precipitação no decorrer de um intervalo fixado de tempo, e a quantidade de água precipitada por unidade de área horizontal.

Segundo VIEIRA *et al.* (1991), o conhecimento da chuva diária máxima provável é importante para trabalhos de conservação do solo, estradas, barragens e drenagem, para cujo dimensionamento adequado é necessário conhecer ocorrência extremas. O fato dos projetos hidráulicos em geral serem concebidos considerando o custo mínimo associado a um risco admissível de falha, requer a previsão de grandezas hidrológicas de grande magnitude, tais como máximas vazões ou precipitações que podem vir a ocorrer em certa localidade. Assim, as séries de máximos valores são empregadas para ajuste, segundo a lei probabilística que melhor descreva o processo, possibilitando extrapolações.

A teoria de valores extremos, em especial a distribuição de Gumbel, tem apresentado grande importância em vários campos da pesquisa, e tem sido aplicada com grande frequência na análise estatística de variáveis ligadas a fenômenos meteorológicos, entre os quais a precipitação pluvial máxima.

Em estudo pioneiro sobre chuvas intensas no Brasil, PFAFSTETTER (1957) utilizou séries de va-

lores máximos de precipitações de 98 estações pluviográficas distribuídas em diversas regiões do país, para a construção de curvas de intensidade-duração-freqüência, utilizando a distribuição de Gumbel.

GOMES *et al.* (1989) estudaram o ajustamento do modelo distribuição de Gumbel a dados de precipitação pluvial máxima diária coletados no período de 1914 a 1986 na região de Lavras - MG para o cálculo das precipitações máximas prováveis na estação chuvosa. Os autores concluíram que os dados das precipitações máximas diárias de chuva ajustaram-se à distribuição de Gumbel em períodos de um ano e um mês exceto para o mês de julho, e em períodos de 10 e 15 dias houve ajustamento do modelo somente na estação chuvosa. PINTO (1995) analisou a relação entre chuvas intensas de diferentes durações e a chuva com duração de 24 horas para 29 estações pluviométricas distribuídas no estado de Minas Gerais, visando obter fatores de conversão que possibilitem a estimativa de chuvas de curta duração a partir de informações advindas de pluviômetros e ajustou as distribuições Gumbel, Log-normal a dois e a três parâmetros, Pearson III e Log- Pearson III, empregando períodos de retorno de 2, 5, 10 e 20 anos. O autor concluiu que as distribuições de Gumbel e Log-normal a dois parâmetros foram as que melhor se ajustaram aos dados observados.

Tendo em vista a importância do conhecimento das possíveis precipitações diárias máximas, o presente trabalho teve por objetivo estimar a precipitação pluvial diária máxima esperada para períodos de um ano e mensal em 13 níveis de probabilidade: 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 75, 80, 90, 95, 96 e 98 por cento na região de Jaboticabal - SP, utilizando-se o método dos momentos e o método da máxima verossimilhança para estimação dos parâmetros, e comparar os resultados obtidos pelos dois métodos.

Material e Métodos

Os dados utilizados foram obtidos a partir dos registros pluviográficos fornecidos pelo Departamento de Ciências Exatas da Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias da UNESP, campus Jaboticabal, estado de São Paulo. A estação Agrometeorológica do Campus encontra-se nas seguintes coordenadas geográficas, latitude de 21°15'22''S, longitude 48°18'58''W e altitude de 595m. O clima da região é Cwa, com chuva de verão e relativamente seco no inverno (VASCONCELLOS, 1998).

As observações referem-se às precipitações pluviárias diárias máximas expressas em altura de lâmina d'água (mm) referentes a 46 anos de observação do período compreendido entre janeiro de 1956 a dezembro de 2001, estando dentro da faixa recomendada pela Organização Mundial de Meteorologia que é, segundo PINTO (1999), de 30 anos. Os dados foram agrupados em períodos de um ano e mensal, extraindo-se a máxima precipitação pluviária diária observada de cada período. Utilizando-se a distribuição de Gumbel com as estimativas dos parâmetros obtidos pelo método dos momentos e pelo método da máxima verossimilhança, calculou-se a precipitação pluviária diária máxima provável para 13 níveis de probabilidade: 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 75, 80, 90, 95, 96 e 98 por cento, para cada método nos períodos mensal e anual, sendo que a aderência dos dados foi verificada pelo teste Kolmogorov-Smirnov a um nível de 5% de significância, de acordo com CAMPOS (1979).

A função de densidade de probabilidades da distribuição de Gumbel (f.d.p), da variável aleatória X , associada a valores máximos, é dada por,

$$f(x; \mathbf{b}, \mathbf{a}) = \frac{1}{\mathbf{a}} \exp \left\{ - \left(\frac{x - \mathbf{b}}{\mathbf{a}} \right) - \exp \left[- \left(\frac{x - \mathbf{b}}{\mathbf{a}} \right) \right] \right\} \quad (1)$$

em que x é a variável aleatória associada a valores máximos do período e $-\infty < x < \infty$, β é denominado *parâmetro de posição* e $-\infty < \beta < \infty$, α o *parâmetro de escala* e $\alpha > 0$.

A função de distribuição acumulada da variável aleatória X , para valores extremos máximos, é dada por,

$$F(x; \mathbf{b}, \mathbf{a}) = \int_0^x f(x; \mathbf{b}, \mathbf{a}) dx = \exp \left\{ - \exp \left[- \left(\frac{x - \mathbf{b}}{\mathbf{a}} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

A probabilidade (P) de que ocorra uma precipitação pluviária máxima maior que um certo valor x é dada por,

$$P = 1 - F(x; \mathbf{b}, \mathbf{a}) = 1 - \exp \left\{ - \exp \left[- \left(\frac{x - \mathbf{b}}{\mathbf{a}} \right) \right] \right\} \quad (3)$$

em que x é a precipitação máxima do período e $0 < x < \infty$.

Os estimadores dos parâmetros da distribuição de Gumbel utilizados no estudo, foram obtidos pelo método dos momentos e pelo método da máxima verossimilhança. De acordo com HAAN (1977), os parâmetros β e α da distribuição de Gumbel são estimados pelo método dos momentos respectivamente pelas seguintes expressões,

$$\hat{\mathbf{b}} = \bar{X} - 0,45S \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{S}{1,283} \quad (5)$$

em que \bar{X} e S , são respectivamente a estimativa da média e do desvio padrão amostral.

Segundo o mesmo autor, os estimadores da máxima verossimilhança (EMV) para os parâmetros β e α obtidos a partir da f.d.p conjunta da distribuição de Gumbel são, respectivamente,

$$\hat{\mathbf{b}} = -\hat{\mathbf{a}} \ln \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \exp \left(\frac{-x_i}{\hat{\mathbf{a}}} \right) \right] \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \exp \left(\frac{-x_i}{\hat{\mathbf{a}}} \right)}{\sum_{i=1}^n \exp \left(\frac{-x_i}{\hat{\mathbf{a}}} \right)} \quad (7)$$

em que, \ln é o operador do logaritmo neperiano.

Percebe-se pelos valores de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ que os estimadores (EMV) não possuem expressões explícitas, exigindo cálculos numéricos iterativos e, portanto, deve-se primeiro determinar $\hat{\alpha}$ como solução de (7), e substituir esse valor em (6) para obter $\hat{\beta}$. Devido a que $\hat{\alpha}$ não pode ser obtido analiticamente, deve-se determinar por aproximação numérica e, conforme VIVANCO (1994), o procedimento iterativo de Newton-Raphson é recomendável neste caso. Para a estimação de β e α foi usado o programa elaborado no software Statistical Analysis System (SAS®) 6.12 usando o PROC IML - Procedimento "Interactive Matrix Language", (SAS, 1990).

A precipitação pluviária máxima foi estimada, usando a função inversa de (3), fixando-se os níveis

de probabilidade. Determinou-se também a proporção dos meses em que ocorreu a precipitação máxima no período de um ano pela expressão:

$$Q_i = \frac{J_i}{n} \quad (8)$$

em que J_i é o número de vezes que a precipitação máxima anual ocorreu no i -ésimo mês, n é o tamanho da série anual de precipitação diária máxima.

Resultados e Discussão

Os dados de precipitação diária máxima agrupados nos períodos mensal e anual ajustaram-se à distribuição de Gumbel conforme avaliado pelo teste Kolmogorov-Smirnov. Resultados semelhantes foram obtidos por GOMES (1989), exceto para o mês de julho do período mensal onde a série de precipitações máximas diárias de Lavras - MG não se ajustou à distribuição de Gumbel. Aplicando-se os dois métodos estimaram-se as precipitações máximas diárias prováveis para cada um dos períodos dos 13 níveis de probabilidade considerados.

Na Tabela 1, observa-se que as estimativas dos parâmetros β e α , foram menores nos meses mais secos (maio, junho, julho e agosto), e maiores nos meses mais chuvosos. Isto se deve a não ocorrência de precipitação máxima anual nos meses secos, ou seja, quando se extrai a precipitação máxima de um dia ocorrida no ano, esta não aconteceu nos meses de maio, junho, julho e agosto. Pode-se notar ainda que os resultados das estimativas do parâmetro α obtidos pelos dois métodos de estimação diferem nos meses

de fevereiro, junho, julho e agosto, isto porque a estimação do parâmetro α pelo método dos momentos é dada em função do desvio padrão amostral, conforme apresentado em (5), e esses meses apresentaram maior variabilidade entre as precipitações diárias máximas observadas. Os diferentes valores das estimativas do parâmetro afetaram as estimativas das precipitações pluviométricas diárias máximas obtidas, principalmente nos menores níveis de probabilidade nos meses citados (Tabela 2).

A proporção dos meses em que ocorreu a precipitação máxima anual variou ao longo dos meses mais chuvosos, sendo que os meses de janeiro e fevereiro apresentaram uma proporção de 0,217 e 0,304, respectivamente, ou seja 52,1% das precipitações máximas no período de um ano ocorreram nestes dois meses, enquanto nos meses mais secos não ocorreu nenhuma precipitação máxima anual (Tabela 1). Esta informação é importante para o planejamento de obras, principalmente de projetos agrícolas e de engenharia hidráulica quando se relaciona a início e execução das obras.

As estimativas dos parâmetros β e α da distribuição de Gumbel para o período anual foram respectivamente 71,431 e 14,444 quando se utilizou o método dos momentos, e 70,607 e 14,859 quando se usou o método da máxima verossimilhança e, conseqüentemente, as precipitações máximas obtidas para os níveis de probabilidades, não apresentaram grande diferença entre os valores, conforme apresentado na Tabela 2.

Escolhendo como 2% o nível adequado de ocorrer uma dada precipitação pluviométrica máxima diária, uma interpretação das informações pode ser feita do

Tabela 1. Estimativas dos parâmetros b e α da distribuição de Gumbel obtidos pelos métodos: momentos (MM) e da máxima verossimilhança (EMV) respectivamente, da probabilidade de ocorrer a precipitação máxima anual Q , da média das precipitações diárias máximas (mm) nos diferentes meses do ano, em Jaboticabal - SP.

Mês	Método	\hat{b}	$\hat{\alpha}$	Q	Média	Mês	Método	\hat{b}	$\hat{\alpha}$	Q	Média
Jan.	MM	44,080	18,892	0,217	55,000	Jul.	MM	5,494	11,984	0,000	12,4
	EMV	44,086	18,248				EMV	5,96	9,716		
Fev.	MM	43,209	20,442	0,304	55,000	Ago.	MM	5,455	10,105	0,000	11,3
	EMV	43,763	17,901				EMV	5,952	8,173		
Mar.	MM	36,209	14,545	0,109	44,600	Set.	MM	16,566	12,948	0,022	24,0
	EMV	36,207	14,483				EMV	16,195	13,682		
Abr.	MM	19,529	11,732	0,022	26,300	Out.	MM	31,449	13,609	0,065	45,8
	EMV	19,416	11,766				EMV	31,271	13,874		
Mai.	MM	13,440	11,321	0,000	20,000	Nov.	MM	35,262	18,218	0,087	45,8
	EMV	13,300	11,441				EMV	35,511	17,374		
Jun.	MM	7,933	12,007	0,000	14,900	Dez.	MM	45,441	15,292	0,174	54,3
	EMV	8,273	10,262				EMV	45,275	15,169		

Tabela 2 Estimativas das precipitações diárias máximas esperadas (mm), nos períodos de um mês e um ano em 13 níveis de probabilidade, calculadas pela distribuição Gumbel, usando-se os estimadores \hat{b} e \hat{a} , dos métodos: momentos (MM) e da máxima verossimilhança (EMV), respectivamente, em Jaboticabal - SP.

Mês	Método	Nível de Probabilidade												
		2%	4%	5%	10%	20%	25%	50%	75%	80%	90%	95%	96%	98%
Jan.	MM	117,8	104,5	100,2	86,6	72,4	67,6	51,0	37,9	35,1	28,3	23,4	22,0	18,3
	EMV	115,3	102,5	98,3	85,2	71,5	66,8	50,8	38,1	35,4	28,9	24,1	22,8	19,2
Fev.	MM	123,0	108,6	103,9	89,2	73,9	68,7	50,7	36,5	33,5	26,2	20,8	19,3	15,3
	EMV	113,6	101,0	96,9	84,0	70,6	66,1	50,3	37,9	35,2	28,8	24,1	22,8	19,3
Mar.	MM	93,0	82,7	79,4	68,9	58,0	54,3	41,5	31,5	29,3	24,1	20,2	19,2	16,4
	EMV	92,7	82,5	79,2	68,8	57,9	54,3	41,5	31,5	29,3	24,1	20,3	19,3	16,5
Abr.	MM	65,3	57,1	54,4	45,9	37,1	34,1	23,8	15,7	13,9	9,7	6,7	5,8	3,5
	EMV	65,3	57,1	54,4	45,9	37,1	34,1	23,7	15,6	13,8	9,6	6,5	5,7	3,4
Mai.	MM	57,6	49,7	47,1	38,9	30,4	27,5	17,6	9,7	8,1	4,0	1,0	0,0	0,0
	EMV	57,9	49,9	47,3	39,0	30,5	27,6	17,5	9,6	7,9	3,8	0,7	0,0	0,0
Jun.	MM	54,8	46,3	43,6	35,0	25,9	22,9	12,3	4,0	2,2	0,0	0,0	0,0	0,0
	EMV	48,3	41,1	38,8	31,4	23,7	21,1	12,0	4,9	3,4	0,0	0,0	0,0	0,0
Jul.	MM	52,3	43,8	41,1	32,5	23,5	20,4	9,9	1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	EMV	43,9	37,0	34,8	27,8	20,5	18,1	9,5	2,8	1,3	0,0	0,0	0,0	0,0
Ago.	MM	44,9	37,8	35,5	28,2	20,6	18,0	9,2	2,2	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0
	EMV	37,8	32,1	30,2	24,3	18,2	16,1	8,9	3,3	2,1	0,0	0,0	0,0	0,0
Set.	MM	67,1	58,0	55,0	45,7	36,0	32,7	21,3	12,3	10,4	5,8	2,4	1,4	0,0
	EMV	69,6	60,0	56,8	47,0	36,7	33,2	21,2	11,7	9,7	4,8	1,2	0,0	0,0
Out.	MM	84,6	75,0	71,9	62,1	51,9	48,4	36,4	27,0	25,0	20,1	16,5	15,5	12,9
	EMV	85,4	75,6	72,5	62,5	52,1	48,6	36,4	26,7	24,7	19,7	16,0	15,1	12,3
Nov.	MM	106,3	93,5	89,4	76,3	62,6	58,0	41,9	29,3	26,6	20,1	15,3	14,0	10,4
	EMV	103,3	91,1	87,1	74,6	61,6	57,2	41,9	29,8	27,2	21,0	16,4	15,2	11,8
Dez.	MM	105,1	94,4	90,9	79,9	68,4	64,5	51,0	40,4	38,2	32,7	28,7	27,6	24,6
	EMV	104,5	93,8	90,3	79,4	68,0	64,2	50,8	40,3	38,1	32,6	28,6	27,5	24,6
Anual	MM	127,8	117,6	114,3	103,9	93,1	89,4	76,7	66,7	64,6	59,4	55,6	54,5	51,7
	EMV	128,6	118,1	114,7	104,0	92,9	89,1	76,1	65,8	63,5	58,2	54,3	53,2	50,3

seguinte modo: verifica-se que existem 2% de probabilidade de que a precipitação diária máxima esperada no mês de janeiro seja maior que 117,8mm para o método dos momentos e maior que 115,3 mm para o método da máxima verossimilhança. Praticamente, para o caso do método da máxima verossimilhança espera-se que em 1 de cada 50 anos, o valor da precipitação diária máxima em janeiro seja superior a 115,3mm, ou ainda, espera-se que em 49 de cada 50 anos, o valor da precipitação diária máxima em janeiro seja inferior ou igual a 115,3mm. Observou-se ainda que, no período anual, há 80% de probabilidade de ocorrer precipitação diária máxima com altura de lâmina d'água superior a 64,6mm para o método dos momentos e superior a 63,5 mm para o método da máxima verossimilhança, sugerindo que nos próximos dez anos, em oito deles espera-se que ocorra uma precipitação máxima superior a 64,6 mm ou 63,5mm para método dos momentos e para método de máxima verossimilhança, respectivamente.

Observando-se as estimativas das precipitações diárias máximas esperadas obtidas por ambos os métodos nos períodos determinados (Tabela 2), nota-se que as precipitações máximas obtidas quando se usou as estimativas dos parâmetros fornecidas pelo método dos momentos apresentaram valores maiores do que os obtidos utilizando-se o método da máxima verossimilhança nos meses de fevereiro, junho, julho e agosto para os níveis de probabilidade menores que 50%, enquanto que para os demais períodos não apresentaram grande diferença entre os valores. Isto devido ao fato de que as séries de observações referentes a esses meses apresentaram maior variabilidade, influenciando diretamente as estimativas do parâmetro α que depende do desvio padrão da série.

Estas diferenças podem ser significativas no planejamento de obras hidráulicas, sendo aconselhável que se use estimativas obtidas pelo método da máxima verossimilhança pelo fato desta não ser afetada pela

variabilidade da série, conforme apresentado na expressão (7), em que o estimador α não é determinado através do desvio padrão da série.

A Figura 1 reafirma essa situação. Para o mês de fevereiro, observa-se que ocorre a maior diferença de precipitação entre os dois métodos que é de 9,4mm para o nível de 2% , sendo de 7,6mm e 7,0mm para os níveis de 4% e 5%, respectivamente. Sendo que essas diferenças foram confirmadas pelo teste “t” ao nível de significância de 0,05.

Conclusões

Os dados de precipitação diária máxima agrupados nos períodos mensal e anual para a região em estudo, ajustaram-se à distribuição de Gumbel. As estimativas das precipitações diárias máximas esperadas podem ser usadas para auxiliar no planejamento de obras de engenharia hidráulica e agrícola na região de Jaboticabal. As precipitações

máximas obtidas usando as estimativas fornecidas pelo método dos momentos e pelo método da máxima verossimilhança, não apresentaram grande diferença entre os valores, excetuando-se os níveis abaixo de 50% nos meses de fevereiro, junho, julho e agosto.

O método da máxima verossimilhança se mostra mais adequado para se obter as estimativas dos parâmetros β e α da distribuição de Gumbel pelo fato do estimador α não ser influenciado pela variabilidade da série.

Referências bibliografia

BACK, Á.J. Análise das máximas intensidades de chuva para a região de Urussanga – SC. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA, 7., 1996., Salvador, BA, **Anais...**, Salvador: Federação Nacional dos Engenheiros de Agrimensura (FENEA), 1996. 485 p., p. 75–80.

CAMPOS, H. **Estatística experimental não-paramétrica** 3. ed. Piracicaba: ESALQ, 1979. 343 p.

GOMES, F.G.; AQUINO L.H.; OLIVEIRA M.S. Estudo da distribuição e freqüência de precipitação pluviométrica máxima em períodos de dez e quinze dias, um mês e um ano, em Lavras (MG) pela distribuição Gumbel, **Ciência e Prática**, Lavras, v. 13, n. 2, p. 177-184, 1989.

HAAN, C.T. **Statistical methods in hidrology**. Ames, Iowa: The Iowa State University Prees, 1977. 377 p.

PFAFSTETTER, O **Chuvas intensas no Brasil**. Rio de Janeiro: Ministério da Viação e Obras Públicas: DNOS,1957. 420 p.

PINTO, F.A. **Chuvas intensas no Estado de Minas Gerais: análise e modelos**. Viçosa, MG: UFV, 1995, 87 p. Tese (Doutorado em Irrigação e Drenagem) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Agrícola, Universidade federal de Viçosa, 1995.

PINTO, F.R.L. **Equações de intensidades-duração-freqüência da precipitação para os**

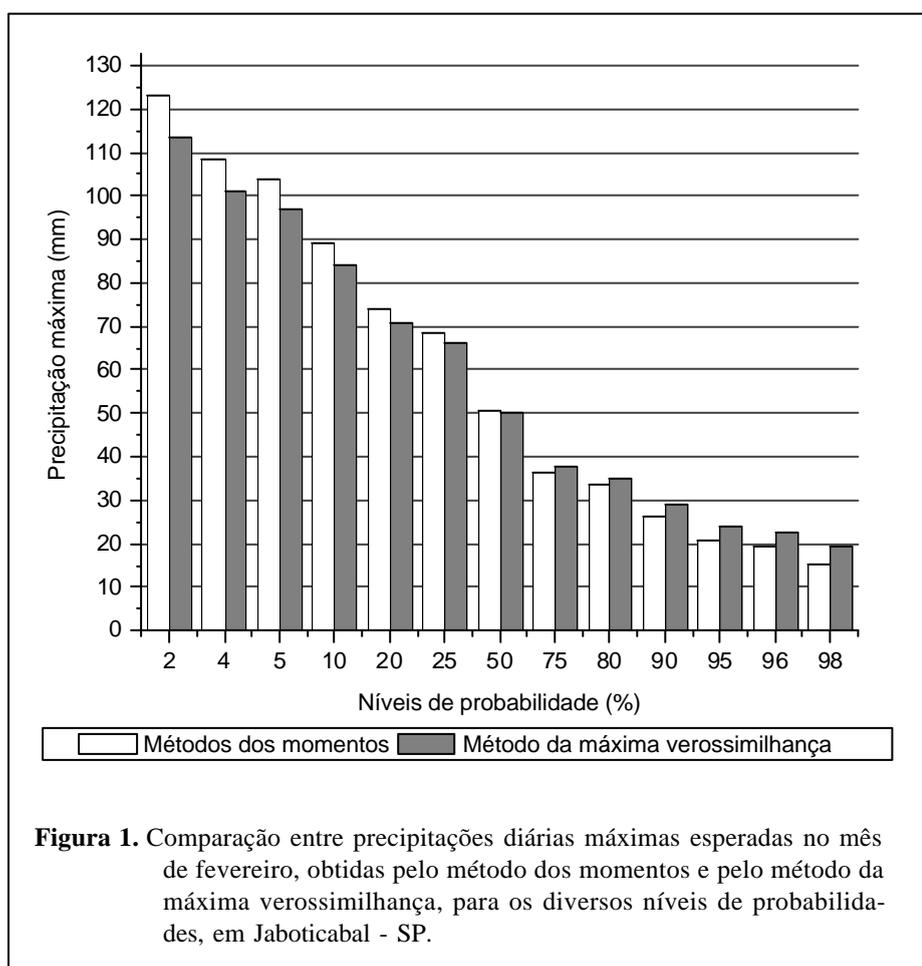


Figura 1. Comparação entre precipitações diárias máximas esperadas no mês de fevereiro, obtidas pelo método dos momentos e pelo método da máxima verossimilhança, para os diversos níveis de probabilidades, em Jaboticabal - SP.

